Оливера Тодоровић

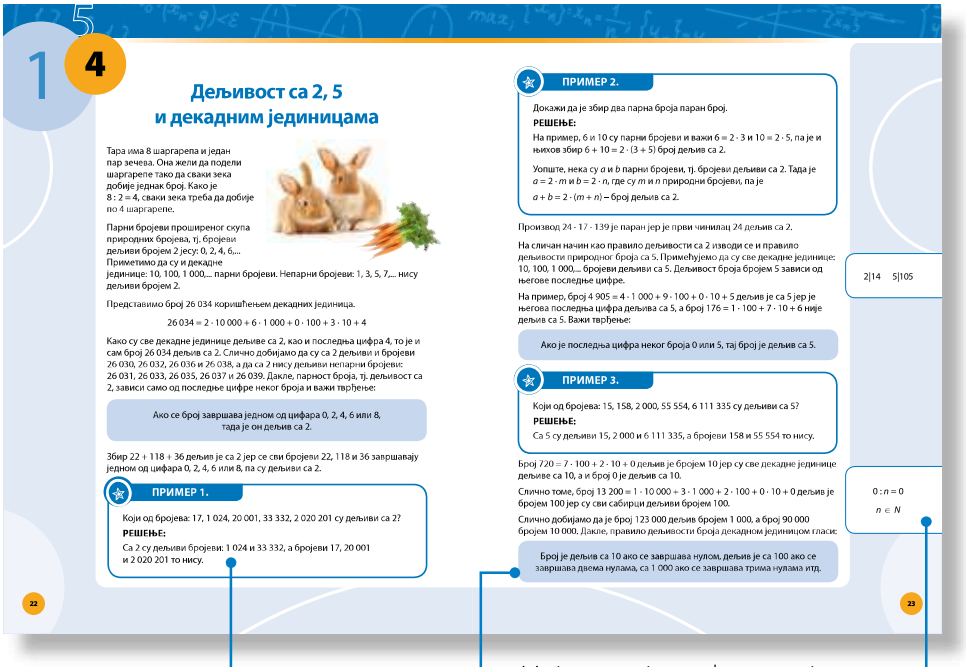
МАТЕМАТИКА

5

Уџбеник са збирком задатака
за пети разред основне школе

ВУЛКАН
ЗНАЊЕ

САДРЖАЈ



Дељивост са 2, 5 и декадним јединицама

Тара има 8 шаргарепа и један пар зечева. Она жели да подели шаргарепе тако да сваки зека добије једнак број. Како је 8 : 2 = 4, сваки зека треба да добије по 4 шаргарепе.

Парни бројеви проширеног скупа природних бројева, тј. бројеви дељиви бројем 2 јесу: 0, 2, 4, 6,... Приметимо да су и декадне јединице: 10, 100, 1 000,... парни бројеви. Непарни бројеви: 1, 3, 5, 7,... нису дељиви бројем 2.

Представимо број 26 034 коришћењем декадних јединица.

$$26\,034 = 2 \cdot 10\,000 + 6 \cdot 1\,000 + 0 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 4$$

Како су све декадне јединице дељиве са 2, као и последња цифра 4, то је и сам број 26 034 дељив са 2. Слично добијамо да су са 2 дељиви и бројеви 26 030, 26 032, 26 036 и 26 038, а да са 2 нису дељиви непарни бројеви: 26 031, 26 033, 26 035, 26 037 и 26 039. Дакле, парност броја, тј. дељивост са 2, зависи само од последње цифре неког броја и важи тврђење:

Ако се број завршава једном од цифара 0, 2, 4, 6 или 8, тада је он дељив са 2.

Збир 22 + 118 + 36 дељив је са 2 јер се сви бројеви 22, 118 и 36 завршавају једном од цифара 0, 2, 4, 6 или 8, па су дељиви са 2.

ПРИМЕР 1.

Који од бројева: 17, 1 024, 20 001, 33 332, 2 020 201 су дељиви са 2?

РЕШЕЊЕ:

Са 2 су дељиви бројеви: 1 024 и 33 332, а бројеви 17, 20 001 и 2 020 201 то нису.

ПРИМЕР 2.

Докажи да је збир два парна броја паран број.

РЕШЕЊЕ:

На пример, 6 и 10 су парни бројеви и важи 6 = 2 · 3 и 10 = 2 · 5, па је и њихов збир 6 + 10 = 2 · (3 + 5) број дељив са 2.

Уопште, нека су a и b парни бројеви, тј. бројеви дељиви са 2. Тада је $a = 2 \cdot m$ и $b = 2 \cdot n$, где су m и n природни бројеви, па је

$a + b = 2 \cdot (m + n)$ – број дељив са 2.

Производ 24 · 17 · 139 је паран јер је први чинилац 24 дељив са 2.

На сличан начин као правило дељивости са 2 изводи се и правило дељивости природног броја са 5. Примећујемо да су све декадне јединице: 10, 100, 1 000,... бројеви дељиви са 5. Дељивост броја бројем 5 зависи од његове последње цифре.

На пример, број 4 905 = 4 · 1 000 + 9 · 100 + 0 · 10 + 5 дељив је са 5 јер је његова последња цифра дељива са 5, а број 176 = 1 · 100 + 7 · 10 + 6 није дељив са 5. Важи тврђење:

Ако је последња цифра неког броја 0 или 5, тај број је дељив са 5.

ПРИМЕР 3.

Који од бројева: 15, 158, 2 000, 55 554, 6 111 335 су дељиви са 5?

РЕШЕЊЕ:

Са 5 су дељиви 15, 2 000 и 6 111 335, а бројеви 158 и 55 554 то нису.

Број 720 = 7 · 100 + 2 · 10 + 0 дељив је бројем 10 јер су све декадне јединице дељиве са 10, а и број 0 је дељив са 10.

Слично томе, број 13 200 = 1 · 10 000 + 3 · 1 000 + 2 · 100 + 0 · 10 + 0 дељив је бројем 100 јер су сви сабирци дељиви бројем 100.

Слично добијамо да је број 123 000 дељив бројем 1 000, а број 90 000 бројем 10 000. Дакле, правило дељивости броја декадном јединицом гласи:

Број је дељив са 10 ако се завршава нулом, дељив је са 100 ако се завршава двема нулама, са 1 000 ако се завршава трима нулама итд.

2|14 5|105

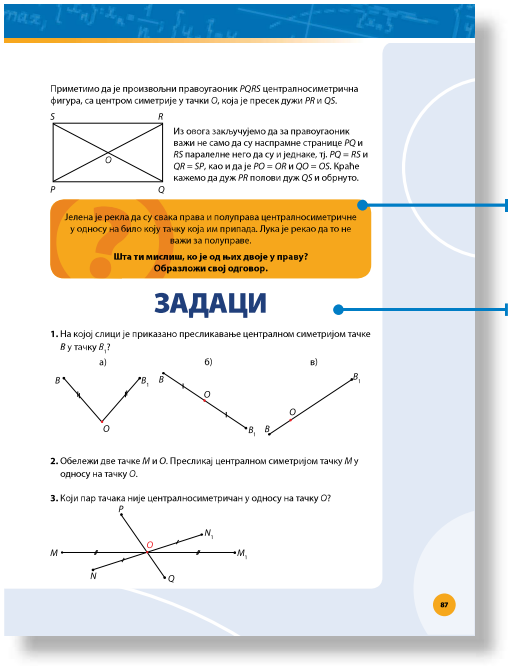
0 : n = 0

$n \in N$

Урађени примери

Најважније дефиниције које ученици треба да запамте

Подсетник за ученике



Приметимо да је произвољни правоугаоник $PQRS$ централносиметрична фигура, са центром симетрије у тачки O, која је пресек дужи PR и QS.

Из овога закључујемо да за правоугаоник важи не само да су наспрамне странице PQ и RS паралелне него да су и једнаке, тј. $PQ = RS$ и $QR = SP$, као и да је $PO = OR$ и $QO = OS$. Крајње кажемо да дуж PR полови дуж QS и обрнуто.

Лелена је рекла да су свака права и полуправа централносиметричне у односу на било коју тачку која им припада. Лука је рекао да то не важи за полуправе.

Шта ти мислиш, ко је од њих двоје у праву? Образложи свој одговор.

ЗАДАЦИ

1. На којој слици је приказано пресликавање централном симетријом тачке B у тачку B_1?

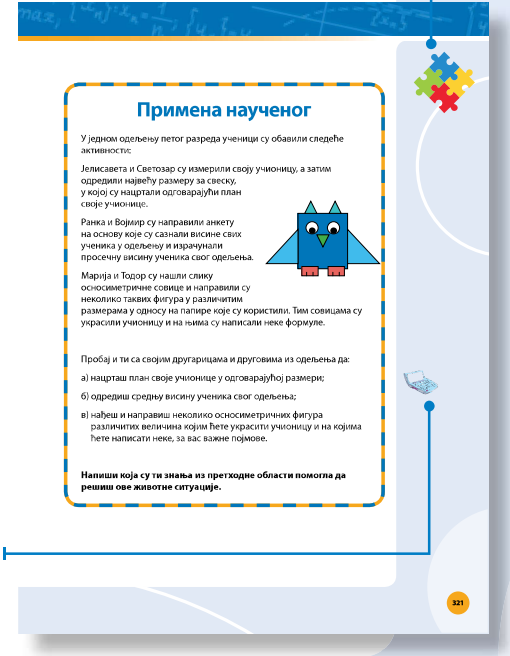
2. Обележи две тачке M и O. Пресликај централном симетријом тачку M у односу на тачку O.

3. Који пар тачака није централносиметричан у односу на тачку O?

Питање за тимски рад

Задаци за самосталан рад

Провера наученог кроз решавање реалних животних ситуација



Примена наученог

У једном одељењу петог разреда ученици су обавили следеће активности:

Јелисавета и Светозар су измерили своју учионицу, а затим одредили највећу размеру за свеску, у којој су нацртали одговарајући план своје учионице.

Ранка и Војмир су направили анкету на основу које су сазнали висине свих ученика у одељењу и израчунали просечну висину ученика свог одељења.

Марија и Тодор су нашли слику осносиметричне совице и направили су неколико таквих фигура у различитим размерама у односу на папире које су користили. Тим совицама су украсили учионицу и на њима су написали неке формуле.

Пробај и ти са својим другарицама и друговима из одељења да:

а) нацрташ план своје учионице у одговарајућој размери;

б) одредиш средњу висину ученика свог одељења;

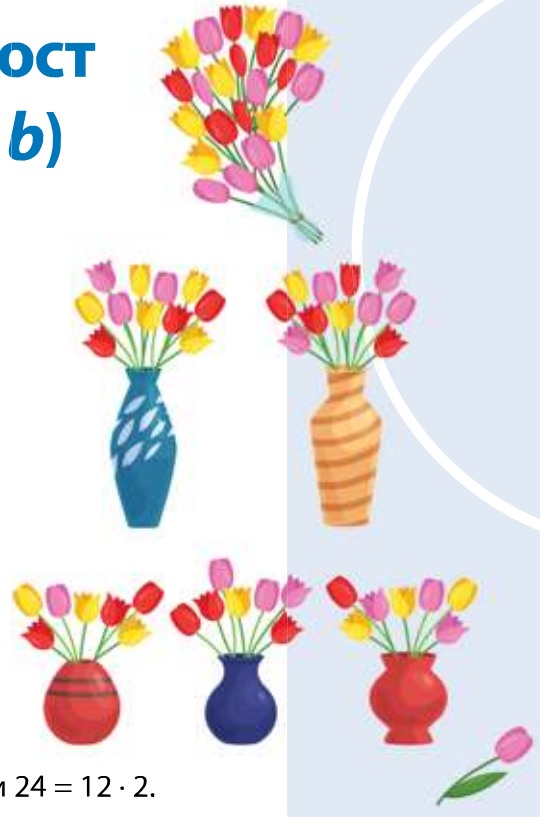
в) нађеш и направиш неколико осносиметричних фигура различитих величина којима ћете украсити учионицу и на којима ћете написати неке, за вас важне формуле.

Напиши која су ти знања из претходне области помогла да решиш ове животне ситуације.

Задаци у којима ученици треба да користе калкулатор.

1 2

Дељење са остатком у скупу N_0 (једнакост $a = b \cdot q + r, 0 \leq r < b$)



Симонида је добила 22 лале. Треба да их распореди у две вазе тако да у сваку стави исти број лала.
Како је 22 : 2 = 11, у сваку вазу ће ставити по 11 лала.
Али ако би 22 лале требало да распореди у 3 вазе тако да у сваку стави исти број лала, видели бисмо да се 3 садржи 7 пута у 22, као и да постоји остатак, тако да ће у сваку од 3 вазе ставити по 7 лала, а да ће једна лала преостати.

Када се дељење једног броја a другим бројем b реализује без остатка, кажемо да је број a дељив бројем b ($a, b \in N$).

На пример, број 24 је дељив бројем 12 јер је $24 : 12 = 2$ или $24 = 12 \cdot 2$.

Број 24 називамо дељеник, број 12 делилац, а број 2 количник.

Међутим, број 21 није дељив са 8 јер је $21 = 8 \cdot 2 + 5$. Тада кажемо да је количник при дељењу броја 21 са 8 једнак 2, а остатак је 5.

У општем случају, када број a делимо бројем b, добићемо једнакост

$$a = b \cdot q + r, 0 \leq r < b,$$

при чему је број a – дељеник, b – делилац, q – количник, а r – остатак.

Ако је $r = 0$, тада је број a дељив бројем b.

Приликом дељења броја 132 са 7 добијамо да је количник 18, а остатак 6, јер је

$$132 = 18 \cdot 7 + 6.$$

Приликом дељења броја 819 са 21 добијамо да је количник 39, а остатак 0, јер је

$$819 = 39 \cdot 21.$$

45 : 9 = 5
45 је дељеник
9 је делилац
5 је количник

45 = 5 · 9
45 је производ
9 и 5 су чиниоци

ПРИМЕР 1.

Да ли је број 416 дељив бројем 32?

РЕШЕЊЕ:

Да, јер је остатак при дељењу 0, то јест 416 = 13 · 32.

За операцију дељења не важе закони комутативности и асоцијативности, али важи дистрибутивност дељења према сабирању, тј.

$(a + b) : c = a : c + b : c$, при чему су a и b из скупа N_0, а c из скупа N.

На пример:

96 : 16 + 48 : 16 = (96 + 48) : 16, јер је

6 + 3 = 144 : 16.

Уочимо да за све природне бројеве a важи $0 : a = 0$. Међутим, не може се делити нулом, тако да израз $b : 0$ нема смисла.

Јелена је рекла Луки да је остатак увек мањи од делиоца или једнак делиоцу. Лука се није сложио с њом. Он сматра да остатак увек мора да буде мањи од делиоца.

Шта ти мислиш, ко је од њих двоје у праву? Образложи свој одговор.

ЗАДАЦИ

1. Да ли шесторо деце може да подели 20 кликера тако да свако од њих добије једнак број?

2. Напиши три броја која при дељењу са 6 дају остатак 5.

3. Марко има 91 фотографију. Колико му је још најмање фотографија потребно да би их поделио у 4 иста албума?

4. Одреди количник и остатак при дељењу:
а) 486 са 27; б) 2 312 са 123; в) 7 025 са 381.

5. Који од бројева 105, 220, 770, 905, 5 500 су дељиви са 55?

6. Који се остаци могу добити при дељењу неког броја са 7?

7. Одреди три броја која при дељењу са 15 дају остатак 4.

8. Одреди остатак при дељењу са 100 броја:
а) 507; б) 2 021; в) 10 001; г) 107 900.

9. Колики је остатак при дељењу збира бројева 168 и 61 са 8?

10. При дељењу броја n са 42 остатак је 28. Да ли је број n дељив са 7?

11. Попуни табелу.

Дељеник	Делилац	Количник	Остатак
326	11		
	12	13	2
468		18	0
2 126	34		

12. Дати су бројеви n и m. Одреди количник q и остатак r при дељењу n са m и напиши одговарајућу једнакост у облику $n = m \cdot q + r$.
а) $n = 467$, $m = 39$ б) $n = 548$, $m = 24$
в) $n = 345$, $m = 25$ г) $n = 1\,045$, $m = 1\,000$

13. Јована је имала 7 новчаница од по 100 динара. Колико највише чоколада по цени од 180 динара је могла да купи и колики је кусур у том случају добила на каси?

14. У једној радњи су 428 кесица ванилин-шећера распоредили у 9 истих кутија тако да су у сваку кутију ставили једнак број кесица. По колико највише кесица шећера су могли да ставе у сваку од кутија? Колико кесица шећера би у том случају остало неспаковано?

15. Да ли 234 руже могу да се поделе у букете од по 13 ружа и у букете од по 18 ружа?

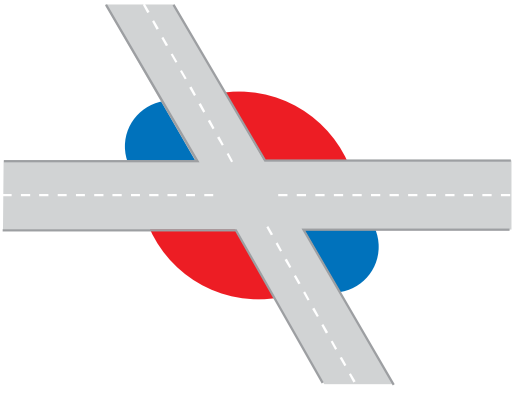
$13 = 4 \cdot 3 + 1$

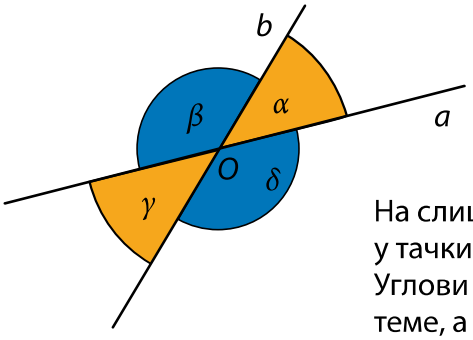
$19 = 4 \cdot 4 + 3$

$21 = 7 \cdot 3$

5 Угао између две праве; нормалне праве; унакрсни углови

Два ауто-пута која се секу образују четири конвексна угла.



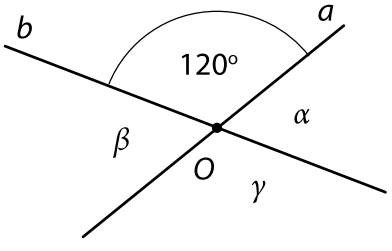


На слици су приказане праве a и b које се секу у тачки O и образују четири конвексна угла. Углови α и γ, као и углови β и δ, имају заједничко теме, а краци припадају правима a и b које се секу у тачки O, називају се **унакрсни** углови.

Унакрсни углови су централносиметрични у односу на пресечну тачку одговарајућих правих, па **су међу собом једнаки**.

ПРИМЕР 1.

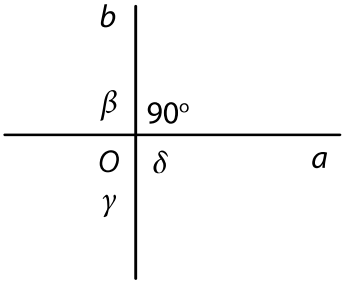
На слици су приказане два праве a и b које се секу у тачки O. Ако угао δ има меру од 120°, израчунај мере осталих углова.



РЕШЕЊЕ:
Како су углови γ и δ унакрсни, то је $\gamma = \delta = 120°$. Угао β је суплементан углу δ, па је $\beta = 180° - 120°$. Углови β и α су унакрсни, па је $\alpha = \beta = 60°$.

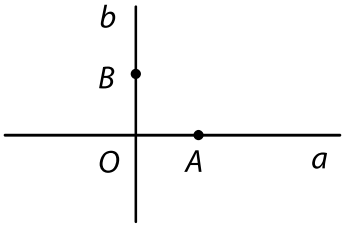
ПРИМЕР 2.

На слици су приказане две праве a и b које се секу у тачки O. Ако угао α има меру од 90°, израчунај мере осталих углова.

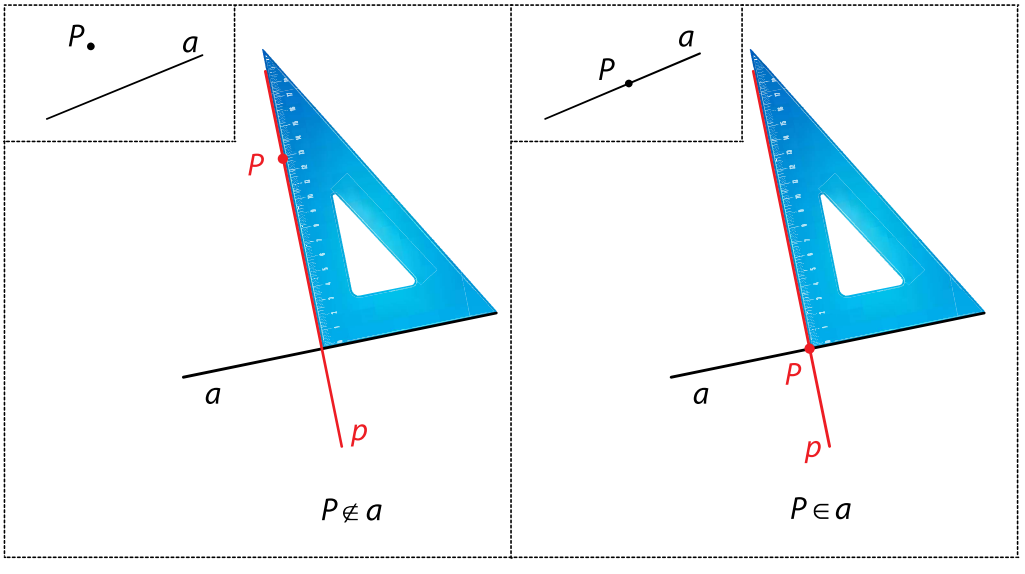


РЕШЕЊЕ:
Како су углови γ и α унакрсни, то је $\gamma = \alpha = 90°$. Угао β је суплементан углу α па је $\beta = 180° - 90° = 90°$. Углови β и δ су унакрсни, па је $\delta = \beta = 90°$.

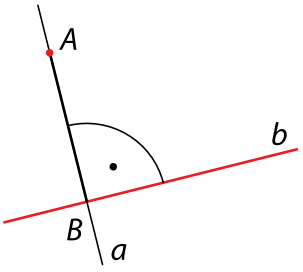
Ако праве a и b садрже редом краке (OA и (OB правог угла AOB, тада кажемо да је права a **нормална** (**ортогонална**) на правој b. Пише се $a \perp b$.



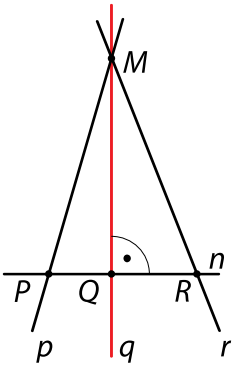
Ако је дата права a и тачка P, тада постоји тачно једна права p која садржи тачку P и нормална је на a. Права p се може нацртати помоћу троугаоног лењира као што је показано на сликама.



Нека тачка A не припада правој b и нека права a садржи тачку A и нормална је на правој b. Ако права a сече праву b у тачки B, тада се каже да је дужина дужи AB **растојање тачке *A* од праве *b***.

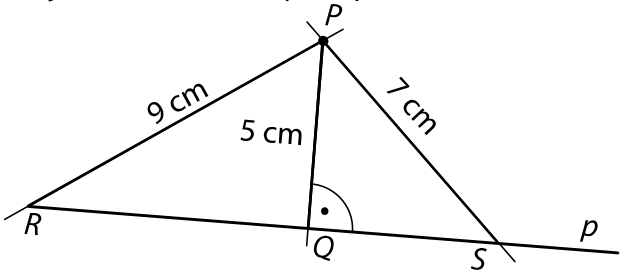


Растојање тачке M од праве n

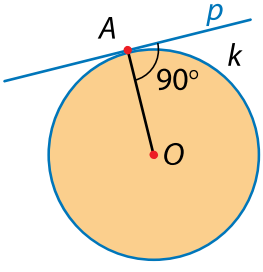


ПРИМЕР 3.

Колика је растојање тачке P од праве p?

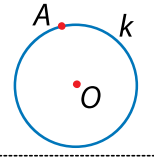
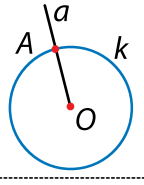
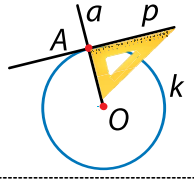


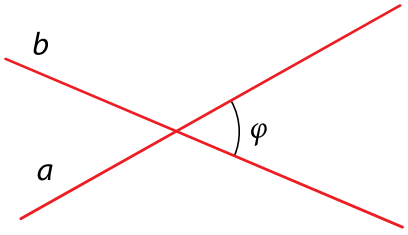
РЕШЕЊЕ:
Како су праве PQ и p нормалне, то је растојање тачке P од праве p дуж PQ, а њена дужина је 5 cm.



Нека је права p тангента кружнице $k(O, r)$ у тачки A. Како је права p нормална на полупречнику OA, то помоћу троугаоног лењира можемо нацртати тангенту кружнице у задатој тачки те кружнице.

Нацртајмо тангенту кружнице у задатој тачки те кружнице на следећи начин:

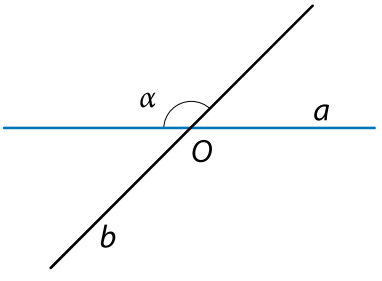
Нека је дата кружница $k(O, r)$ и тачка A која јој припада.	
Помоћу лењира нацртајмо полуправу Oa одређену тачкама OA.	
Помоћу троугаоног лењира нацртајмо праву p која садржи тачку A и која је нормална на полуправу Oa. Права p је тангента дате кружнице $k(O, r)$ у тачки A.	



Ако се две праве a и b секу и нису међу собом нормалне, каже се да је угао између правих a и b оштар угао који оне граде.

ПРИМЕР 4.

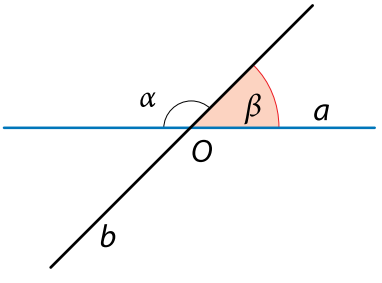
Праве a и b се секу у тачки O. Збир једног од углова које оне граде и њему унакрсног угла јесте 269°. Колика је мера угла између правих a и b?



РЕШЕЊЕ:

$\alpha = 269^\circ : 2 = 268^\circ : 2 + 1^\circ : 2 = 134^\circ + 60' : 2 = 134^\circ 30'$.

Угао између правих a и b је оштар угао β, а то је угао суплементан углу α, тј. $\beta = 180^\circ - 134^\circ 30' = 180^\circ - 134^\circ - 30' = 45^\circ 30'$.

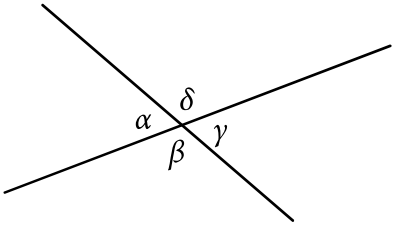


Јелена је рекла Луки да ако за две праве p и q важи $p \perp q$, тада важи и $q \perp p$. Лука се није сложио с њом.

Шта ти мислиш, ко је од њих двоје у праву? Образложи свој одговор.

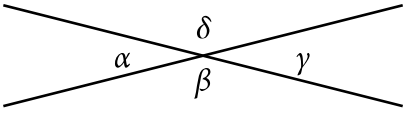
ЗАДАЦИ

1. Посматрај слику и поред сваке реченице упиши слово Т ако је тачна или слово Н ако је нетачна.



Углови α и γ су суседни углови.	
Углови α и γ су упоредни углови.	
Углови α и γ су унакрсни углови.	
Углови β и δ су међу собом једнаки углови.	

2. Међу угловима α, β, γ и δ одреди све парове:

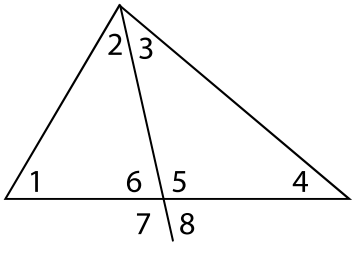


а) суседних углова; б) унакрсних углова;

в) упоредних углова.

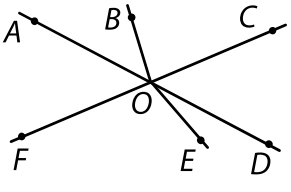
3. Који су од углова на слици означених цифрама 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8:

а) суседни; б) унакрсни; в) упоредни?

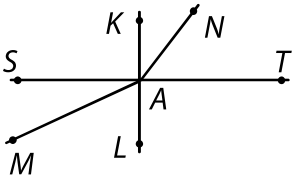


4. Нацртај један: а) оштар; б) туп; в) прав угао, а затим њему унакрсни угао.

5. Уочи на слици унакрсне углове и запиши их.

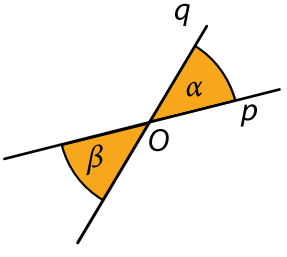


а)



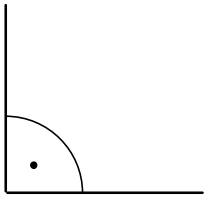
б)

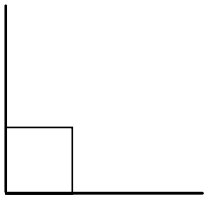
Унакрсни углови



$\alpha = \beta$

Прав угао



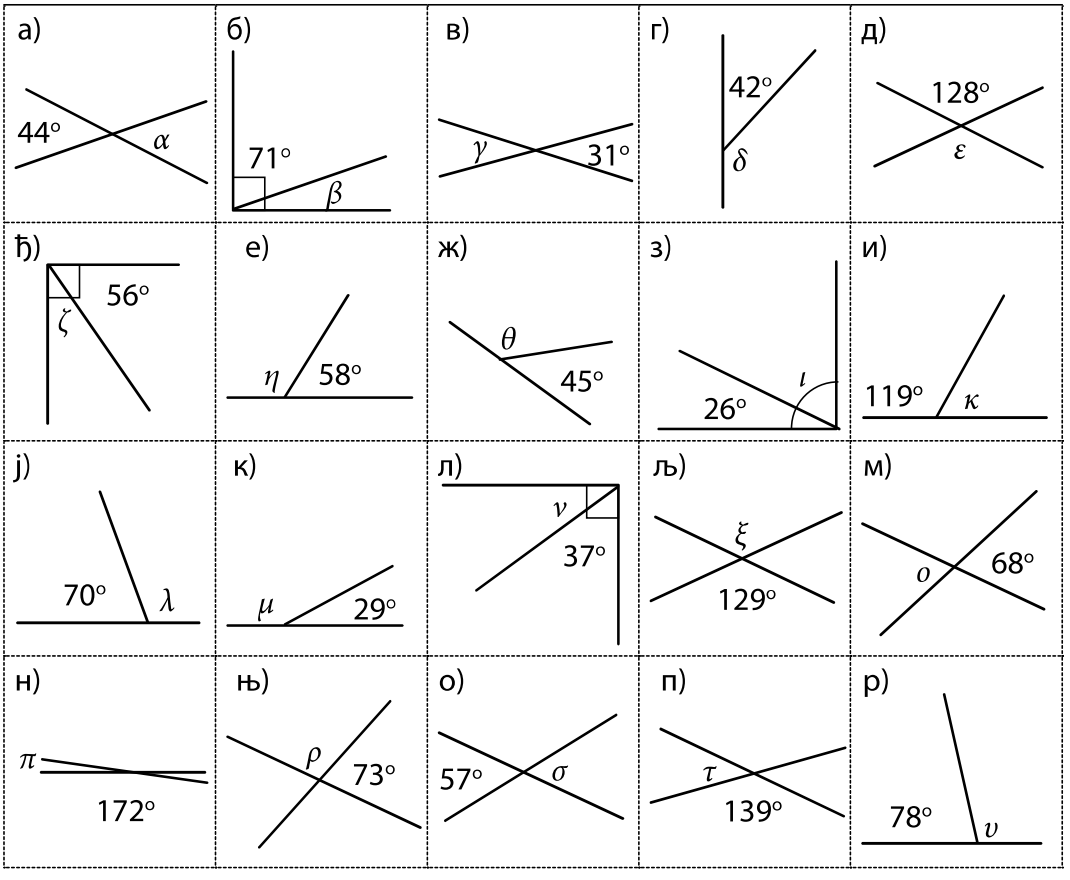


6. Допуни реченице тако да буду тачне.

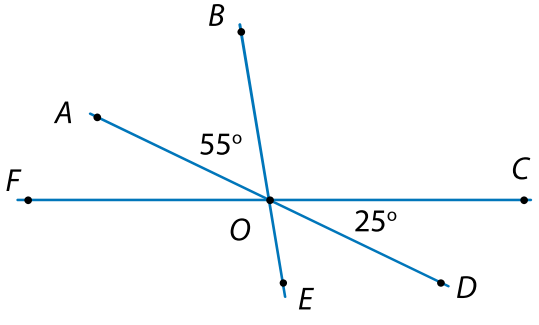
а) Ако је $\alpha = 40^\circ$, мера његовог унакрсног угла је _____.

б) Ако је $\alpha = 80^\circ$, мера његовог упоредног угла је _____.

7. Израчунај непознати угао и напиши да ли је он комплементан, суплементан, унакрсан или упоредан с датим углом.

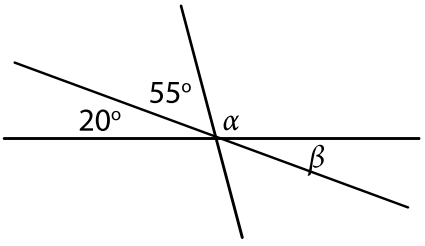


8. Одреди меру угла $\measuredangle EOF$.

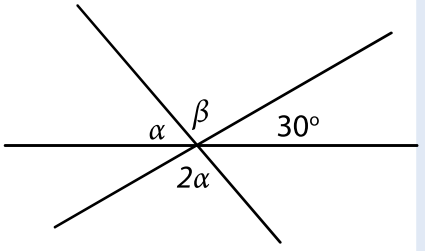


9. Израчунај мере углова α и β.

а)

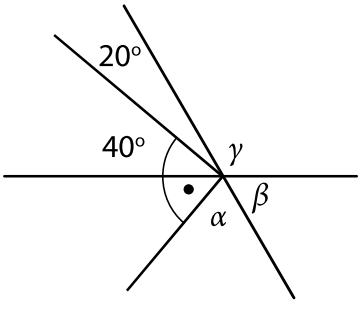


б)

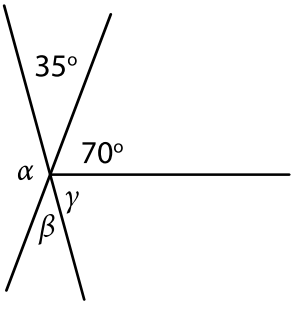


10. Колико степени имају углови α, β и γ?

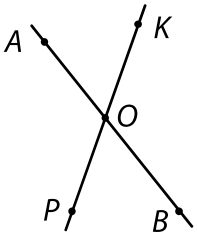
а)



б)

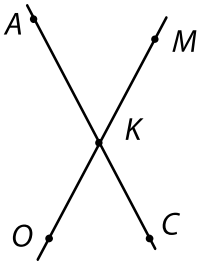


11. На слици су приказане две праве *AB* и *KP* које се секу у тачки *O*.



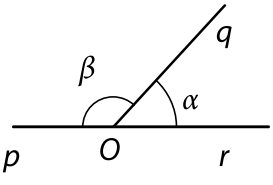
Угао $\measuredangle KOB = 5 \cdot \measuredangle AOK$. Одреди мере углова $\measuredangle AOK$, $\measuredangle KOB$ и $\measuredangle BOP$.

12. На слици су приказане две праве *AC* и *MO* које се секу у тачки *K*.



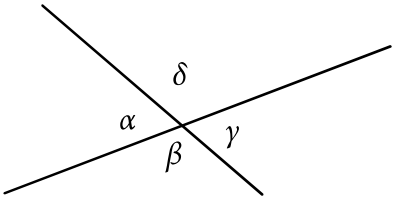
Ако је $\measuredangle MKC - \measuredangle CKO = 50°$, одреди мере углова $\measuredangle AKO$, $\measuredangle AKM$ и $\measuredangle CKO$.

Упоредни углови



$\alpha + \beta = 180°$

13. Ако је $\alpha + \gamma = 81°25'44''$, одреди $\beta - \alpha$.



$1°3' : 2 = (1° + 3') : 2$
$= (60' + 3') : 2$
$= 63' : 2$
$= 31' + 1' : 2$
$= 31' + 60'' : 2$
$= 31' + 30''$
$= 31'30''$

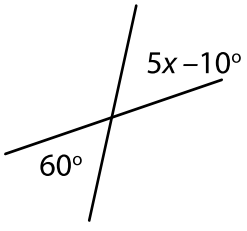
14. Углови $\alpha = 26°38'17''$ и β су унакрсни. Одреди меру угла:

а) γ суплементног углу β;

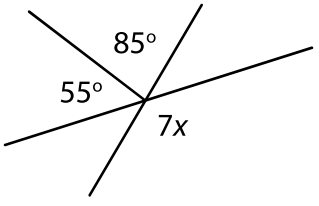
б) δ комплементног углу β.

15. Израчунај x.

а)



б)

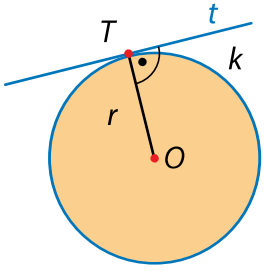


16. Нацртај праву m и тачку N ван ње, затим праву n такву да је $n \perp m$ и да $N \in n$. Одреди растојање тачке N од праве m.

17. Нацртај кружницу $k(O, 3\text{ cm})$ и одреди једну тачку T на кружници, а затим нацртај тангенту кружнице k у тачки T.

18. Дате праве p и q се секу у тачки O. Један од углова под којим се секу праве p и q има меру од $139°59'9''$. Одреди угао између правих p и q.

Тангента



19. Праве a и b секу се у тачки S при чему збир једног пара унакрсних углова које оне граде има меру: а) $108°46'28''$; б) $300°23'46''$. Одреди меру угла између правих a и b.

20. Нацртај кружницу $k(O, 2\text{ cm})$ и произвољну праву a која:

а) са кружницом k нема заједничких тачака;
б) сече кружницу k, али не садржи тачку O.

Одреди одстојање тачке O од праве a.

21. Нацртај кружницу $k(O, 3\text{ cm})$, одреди две тачке P и Q такве да $P \in k$ и $Q \notin k$, а затим нацртај тангенту кружнице у тачки P и одреди одстојање тачке Q од те тангенте.